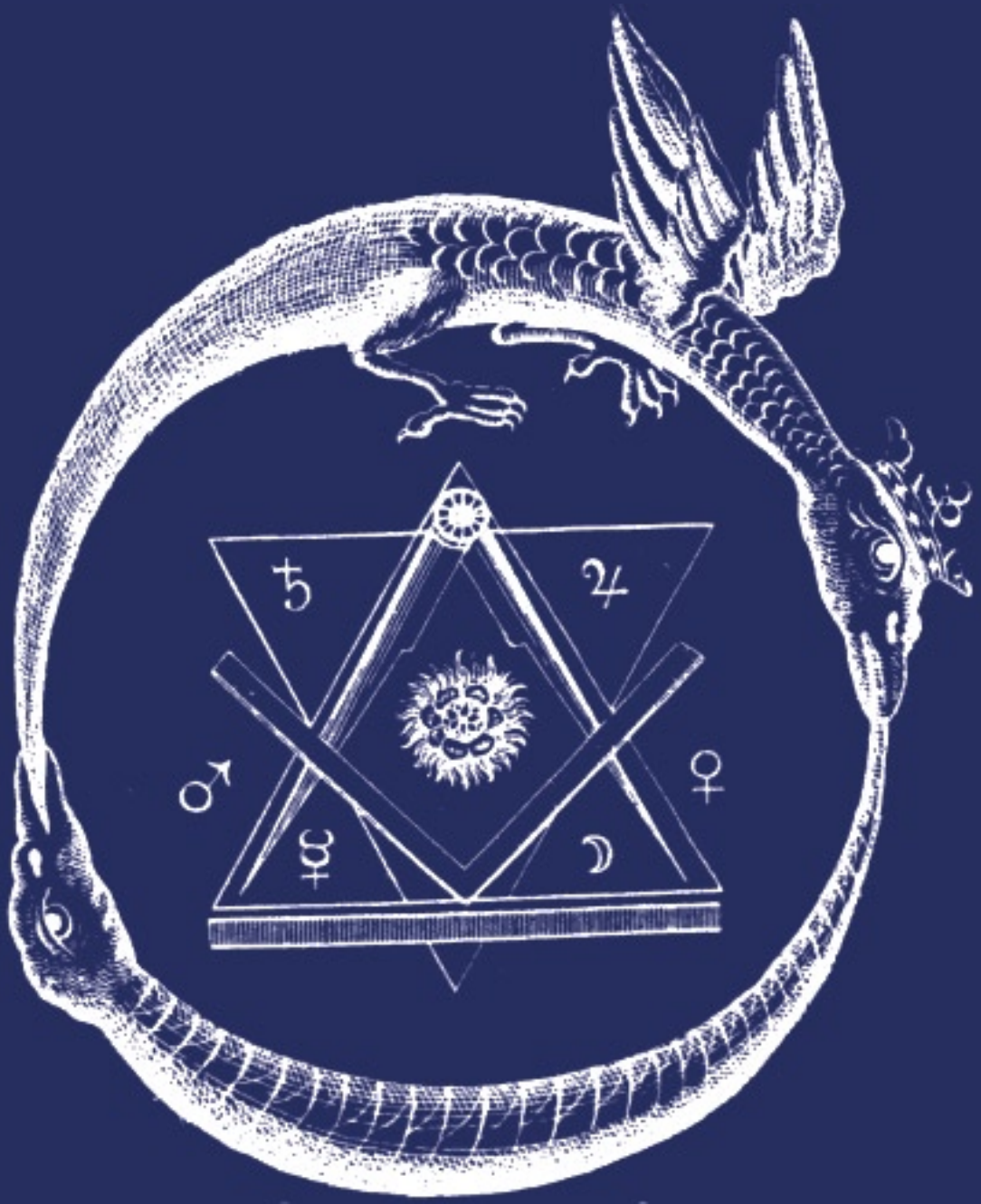


Zahlentheorie
+ Geometrie
= Philosophie

Erläuterung von Holger Ullmann
auf dem Harmonik-Symposion Nürnberg
am 23.04.2016

© Holger Ullmann

Weitere Informationen unter: http://tetraktys.de

Zahlentheorie + Geometrie = Philosophie
meint die Zusammenführung, die Gleichschaltung
der logisch analytischen Denkweise (Zahlen = Mengen!)
mit der bildorientiert intuitiven Betrachtung (Geometrie)
zu einen ganzheitlichen tiefen Verständnis (Philosophie).

(Wobei das Wort Geometrie besser durch dem Begriff „Symmetrie“ ersetzt werden sollte.)

Das war und ist mein Credo auch auf meiner Internetseite tetraktys.de.
Und diese Überzeugung führte mich hier zum Harmonik-Zentrum-Deutschland,
wo sich ebenfalls Menschen zusammenfinden, um ganzheitlich zu erleben,
was die Welt im Innersten zusammenhält.

Basis meiner Betrachtung ist die so genannte Pythagoreische Tetraktys,
die vordergründig in der Musiktheorie gefunden wurde, von der es jedoch
zuverlässige Hinweise gibt, dass es sich dabei vor allem um die ureigentliche
pythagoreische „Zahlenlehre“ handelt, die wiederum nur über die Geometrie
bzw. Symmetrie wirklich auch erfahrbar wird.
Interessanterweise ist jedoch gerade das Lambdoma der Musiktheorie die Brücke
für das Verständnis, und das zentrale Diagramm, zur Darstellung dieser Systematik.

Im Folgenden versuche ich meine 10-jährige Forschung über den Zusammenhang
zwischen Symmetrien und zahlentheoretischen Entsprechungen sowie den daraus
resulierenden philosophischen Schlussfolgerungen in einen zeitlich sehr
eingeschränkten Rahmen zu pressen.

Das ist nur möglich, indem ich stark selektiere, und nur einige prägnante Beispiele und
Themen rausgreife, um einen ersten Eindruck zu vermitteln.
Große Zusammenhänge sind nur im meditativen Selbststudium erfahrbar.
Und nur genau dazu kann bzw. möchte ich anregen.
Die philosophischen Schlussfolgerungen selbst lassen sich zum größten Teil
sowohl in der Antike selbst, als auch in der Renaissance zurückverfolgen.

Zahlentheorie + Geometrie = Philosophie, ein erstes Beispiel:

5/2 = 2,5

6/2 = 3

Die entsprechende Geometrie sind Symbole mit philosophischer Bedeutung:

Menge mit dem Teiler nicht teilbar

Menge mit dem Teiler teilbar.

Was ist das Wertvolle an figurierten Zahlen?

Unser Dezimalsystem ist ein von Menschen frei gewähltes hierarchisches Zählsystem, welches uns das Zählen und Rechnen enorm erleichtert, bzw. das Operieren mit großen Zahlen überhaupt erst ermöglicht.
Wenn wir also das „Wesen der Zahl“ erforschen wollen, dann muss uns bewusst sein, dass wir dieses von Menschen gewählte Dezimalsystem und mit ihm auch die entsprechenden Zahlenwert-Symbole wieder auf den Urzustand der Natur zurück denken müssen:
Mengen, dargestellt als Punkte, bzw. Punkte-Intervalle:

1. der Punkt selbst (als Symbol der Einheit)
2. Punkte als Gerade (z.B. Zahlengerade)
3. Punkte als Fläche (z.B. Koordinaten)
4. Punkte als Körper (z.B. Polyeder)

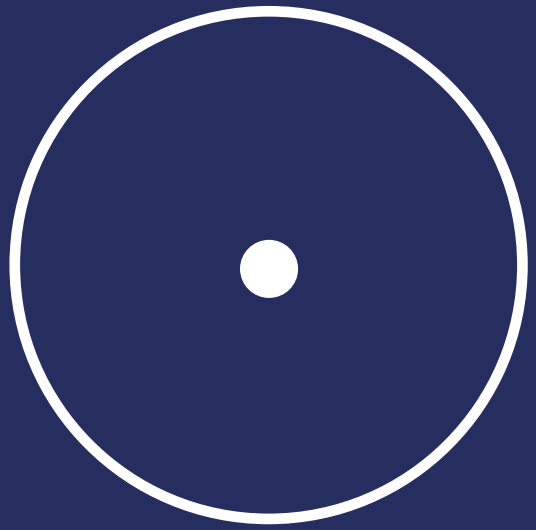
Der heilige Gral der Zahlentheorie ist die Erforschung der Primzahlen. Auch Primzahlen sind reine Geometrie!
Nehmen wir als Beispiel die Primzahl 13: dreizehn Punkte sind eine prime Menge von Punkten – völlig unabhängig vom menschenerdachten Zahlensymbol 13. Das Zahlensymbol ändert sich, sobald wir ein anderes Zählsystem annehmen. Die Menge dreizehn aber bleibt immer prim, ist nicht ohne Bruch teilbar.
Deshalb kann sich das wahre Wesen der Primzahlproblematik nur in der Geometrie offenbaren.
Geometrie bzw. Symmetrie ist also frei von Irrtümern und Denkbarrieren, die uns unser Dezimalsystem (oder andere Zählsysteme) entgegenstellt.
Erst das Wissen um die Geometrie (Symmetrie) beinhaltet den philosophischen Aspekt, der beispielsweise auch für Pythaogoras über allen Naturwissenschaften stand.

Im Mittelpunkt folgender Betrachtung stehen also geometrische Figuren als Bewegungsmuster bzw. Wellenformen an Stelle von Zahlenbrüchen im Lambdoma.

Die dabei entstehende Matrix im Koordinatensystem einer Divisionstabelle Alias Lambdoma lässt sich als Drehbewegung, als Wellenbewegung, als Symmetrie in Form von Vielecken und Sternfiguren oder als Abfolge von Dimensiossprüngen darstellen und begreifen.

Ausgangspunkt dieser Drehbewegung ist folgende Figur:

Der Kreis mit einem Punkt in der Mitte:



Die naturwissenschaftliche Bedeutung umfasst alle Drehbewegungen in der mikro- und makrokosmischen Welt, sowie die Kreiszahl Pi.

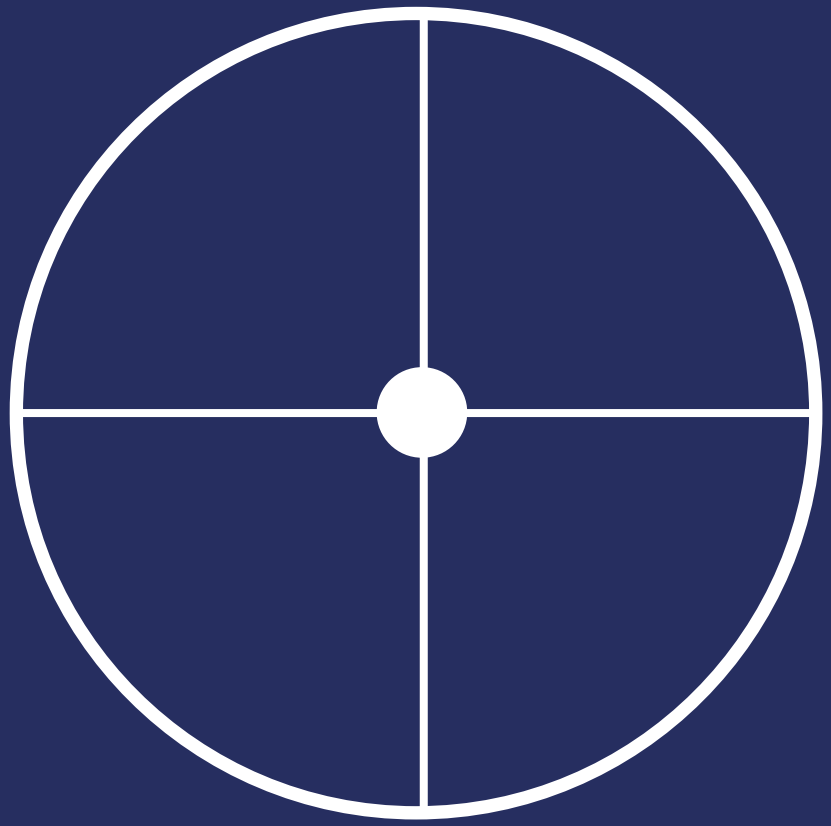
Die philosophische Bedeutung umfasst den gesamten Schöpfungsgedanken, wobei der Mittelpunkt den Schöpfer, der Kreisumfang die Schöpfung versinnbildlicht. Auch das Symbol der Sonne, bzw. der Sonnenlauf wurde mit diesem Symbol dargestellt. In der Psychologie steht der Mittelpunkt für das menschliche Bewusstsein, der Kreisumfang dagegen für die Berührungspunkte zu seiner Umwelt.

Die innige Beziehung zwischen dem Kreis und dem rechten Winkel

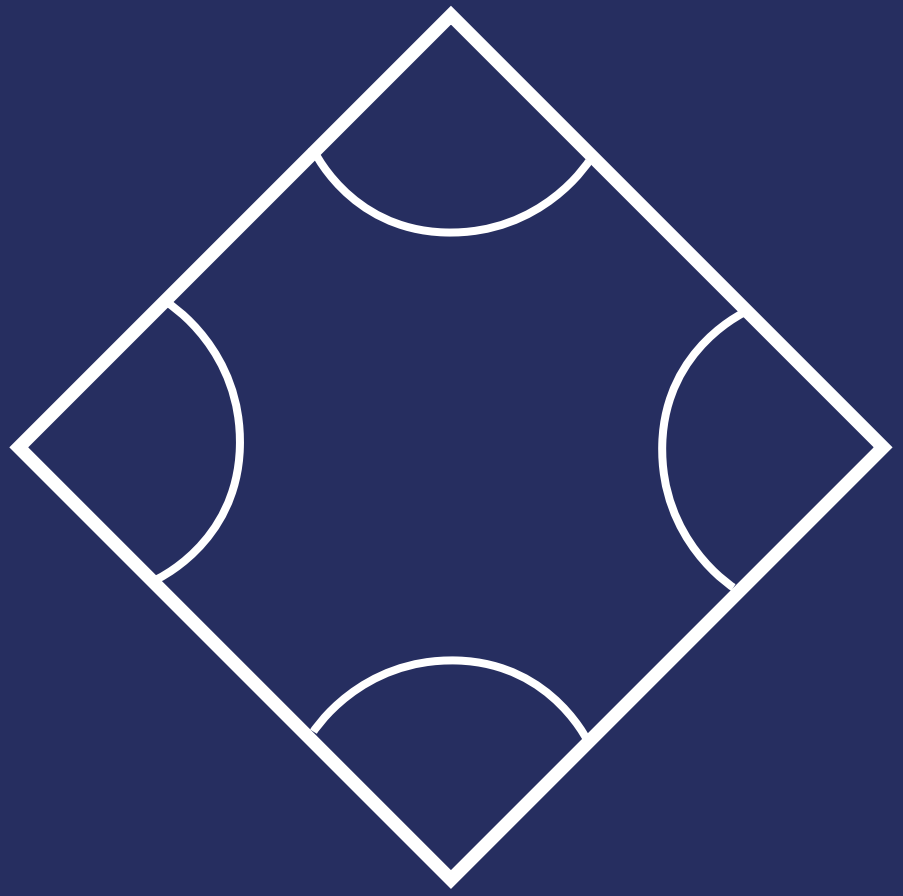
Die simple aber grundlegende Überlegung vorweg:
Eine gerichtete Bewegung von außen kann nur dann den Mittelpunkt eines Kreises oder einer Kugel erreichen, wenn sie im rechten Winkel zur Oberfläche auftrifft.

Der rechte Winkel ist Teil eines regelmäßigen Vierecks.

Oder:
4 rechte Winkel ergeben
einen vollen Kreis:



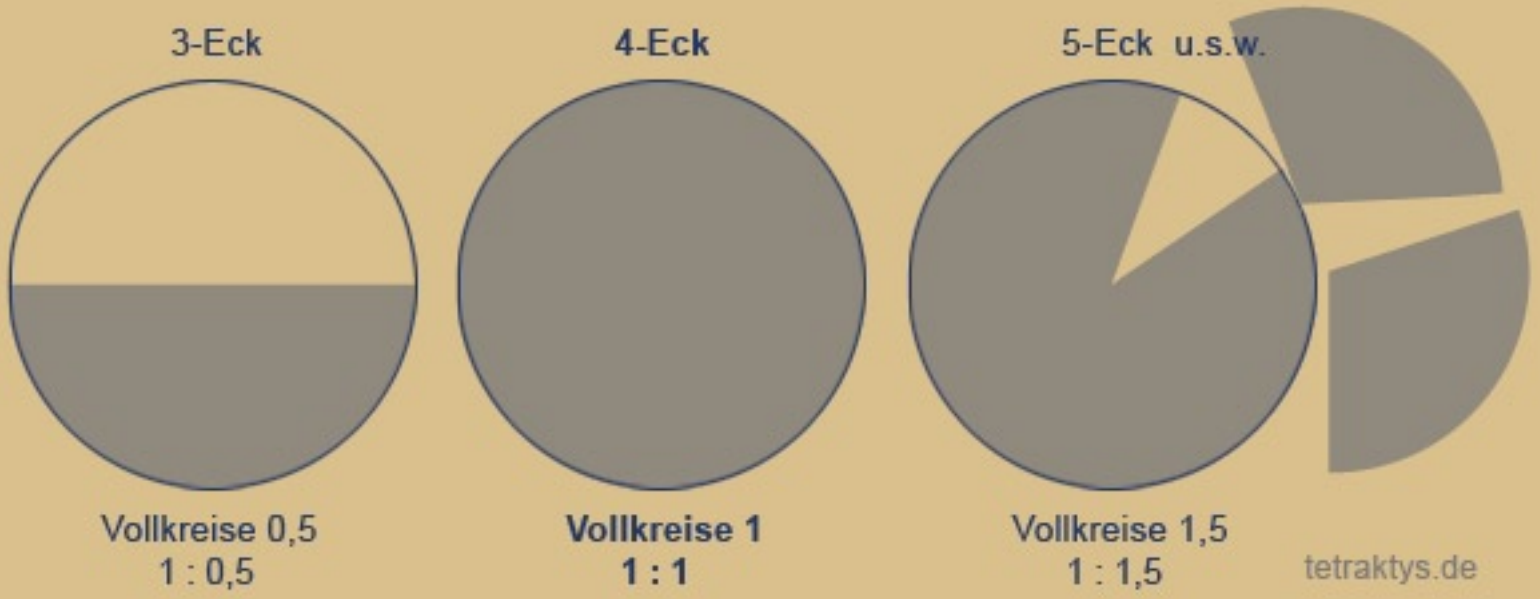
Damit ist das 4-Eck das einzige
Polygon mit der Innenwinkelsumme
eines vollen Kreises:



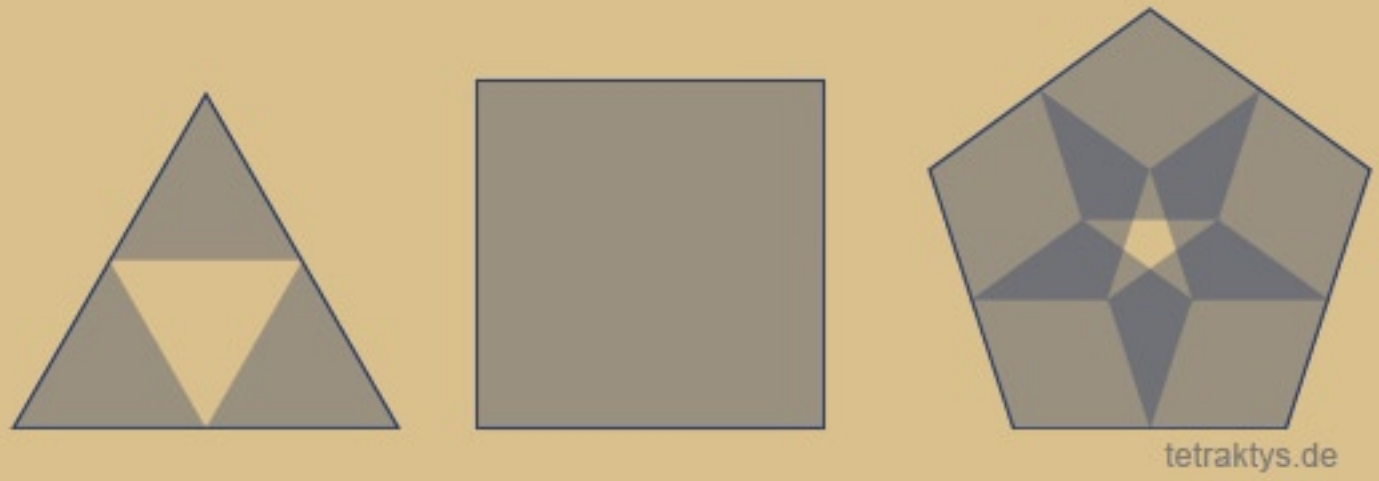
Diese Besonderheit des 4-Ecks muss vorausschauend betrachtet werden,
um sich dem Verständnis zur „Tetraktys“ = „Vierheit“ der Pythagoreer anzunähern.

Die Zahl 4 und seine geometrische Entsprechung, das Viereck enthält die signifikante Eigenschaft von Vollendung und Einheit, ebenso wie die vollkommene Zahl 6, auf die ich gleich eingehe.

Innenwinkel-summen der ersten Polygone:



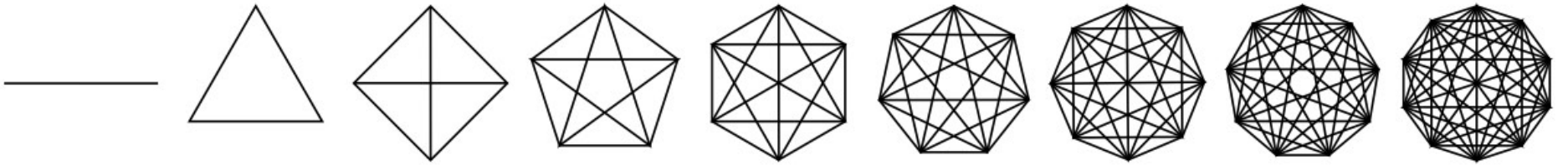
fraktale Polygone:



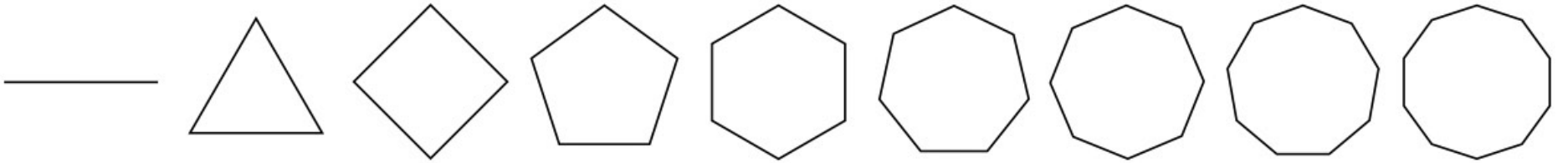
Zahlenmengen und alle ihre Teiler bis unendlich lassen sich als Drehbewegung in einem Vieleck bzw. Kreis und Kugel darstellen. Das Ergebnis sind ineinander geschachtelte Polygone und Sternpolygone.

Dabei sind die ersten Figuren aus kombinatorischen Gründen naturgemäß die wichtigsten.
Das ist zwar bekannt, wird aber in der Gegenwart kaum näher untersucht.
In der Antike dagegen war das Wissen um diesen Zusammenhang die Basis einer Religionsphilosophie. Aus Symmetrien wurden Gottheiten und Symbole:

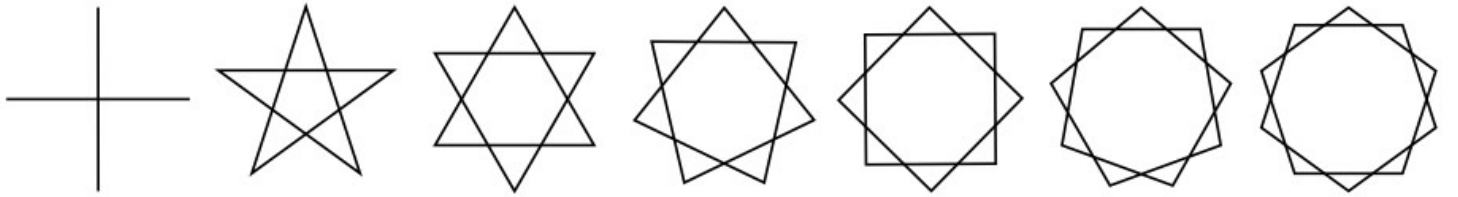
Das Teilen von Mengen als Drehbewegung:



n

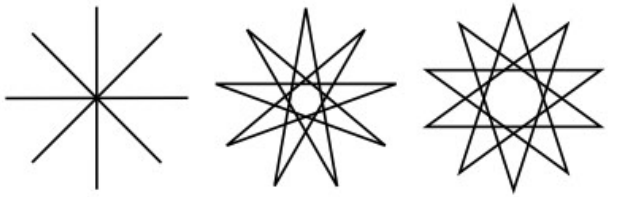


n/1

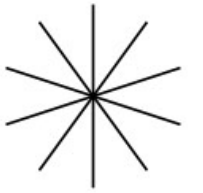


n/2

n/3



n/4



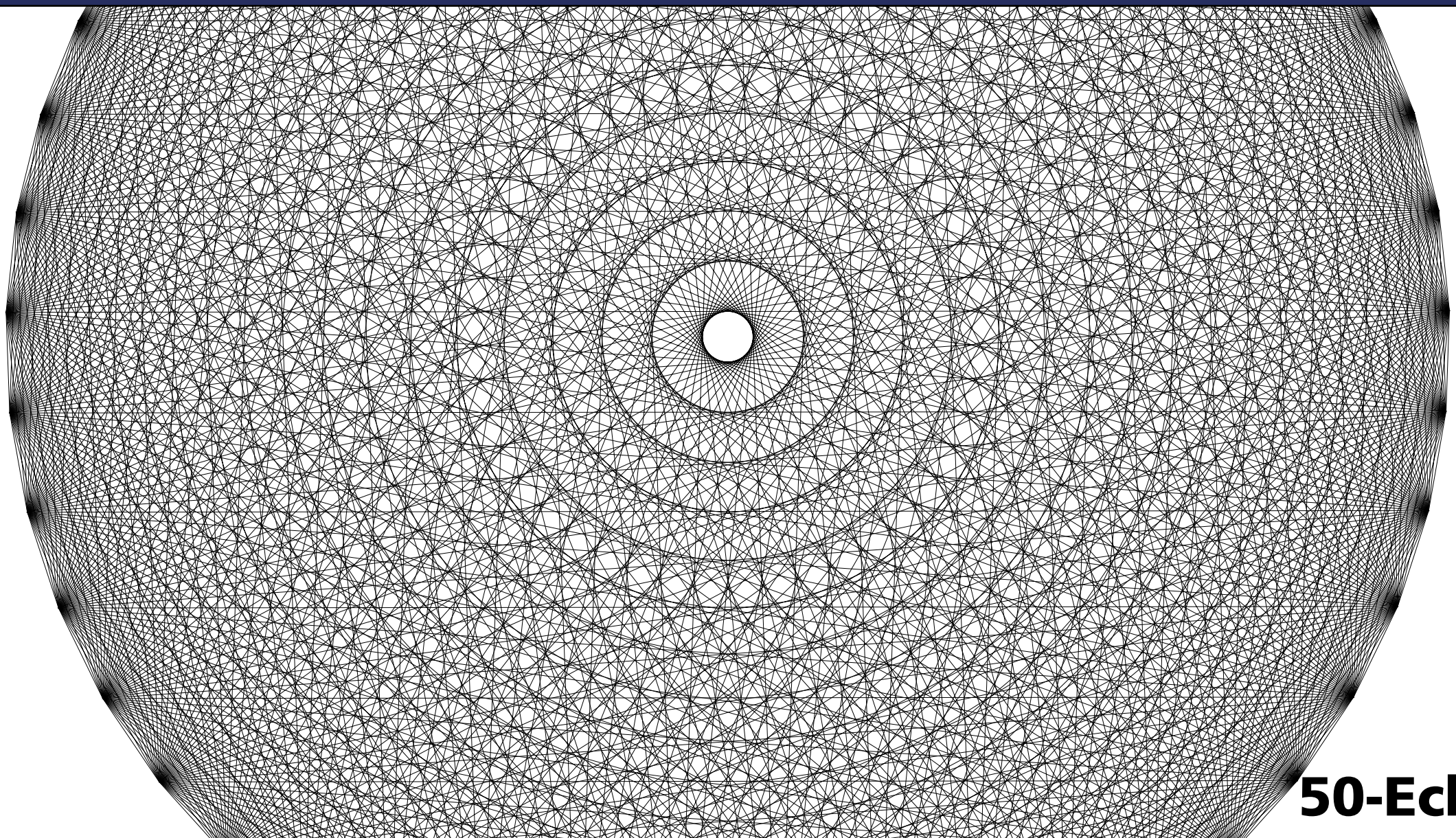
n/5

Menge der Teiler
= Anzahl übersprungener Ecken
= Anzahl der vollen Kreisbewegungen.

Teilermenge und Innenwinkelsumme verhalten sich umgekehrt proportional.
Die Menge 4 enthält den ersten Innenwinkel-Vollkreis.

Nur gerade Mengen schließen immer mit einem einem Linienstern ab.

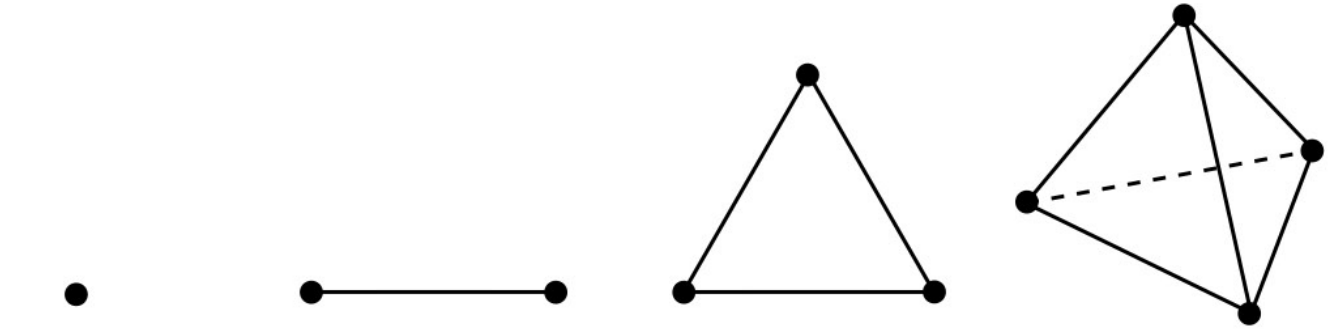
Hier eines dieser Figuren als 50-Eck. Diese Gebilde nennen sich „Simplexe“. Es handelt sich dabei um eine 2-dimensionale Abbildung multidimensionaler Tetraeder. Ein „Unendlich-Eck“ entspricht demnach einer Kugel.



50-Eck

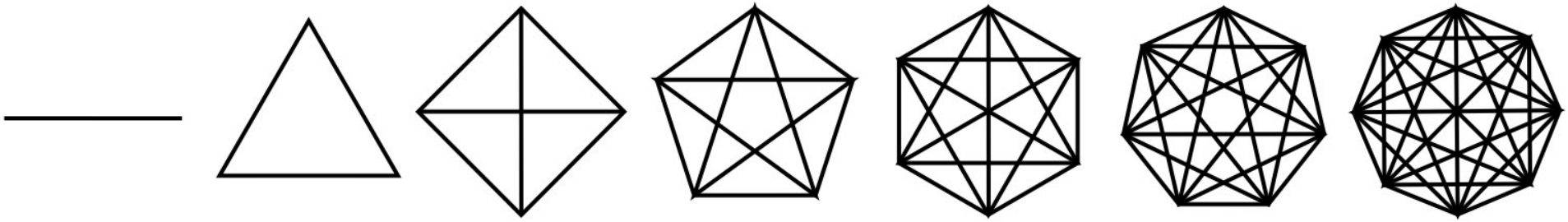
https://en.wikipedia.org/wiki/Simplex:

Simplexe, sind die Fortführung des Tetraeders in höheren Dimensionen ...



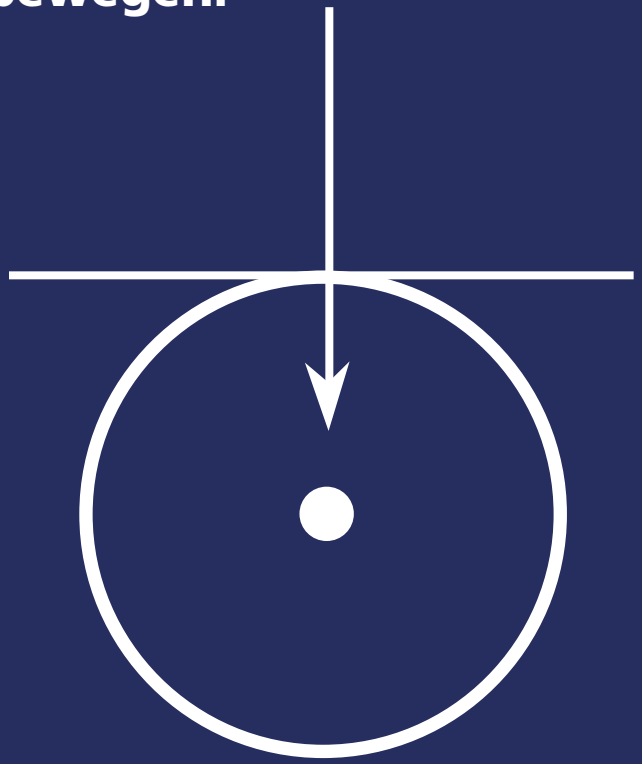
Punkt **Linie** **Fläche** **Körper**

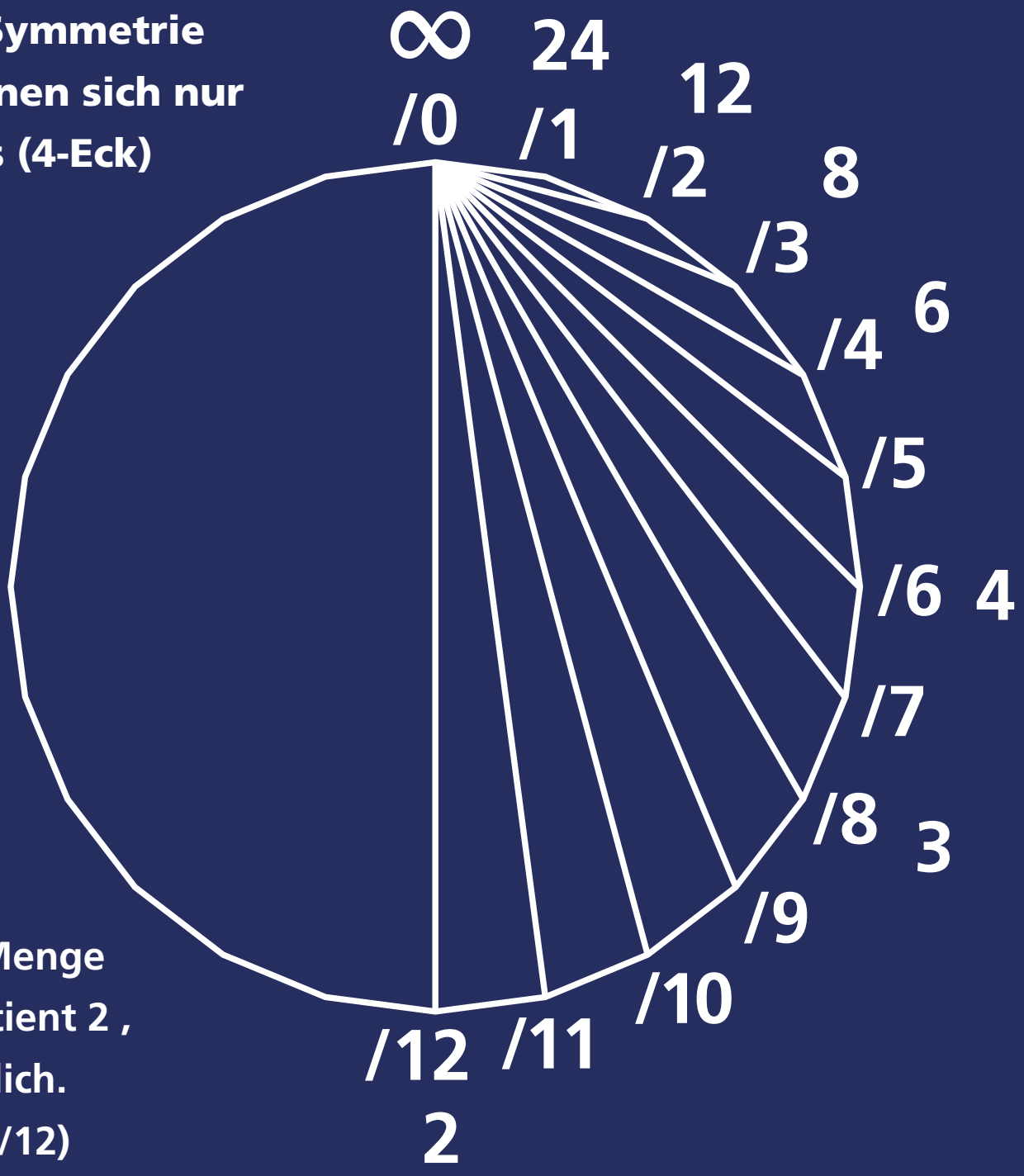
Dim. 0 **Dim. 1** **Dim. 2** **Dim. 3**



Unsere erfahrbaren Dimensionen erzeugen alle drei Möglichkeiten Zahlenmengen zu teilen, zuerst in den Koordinaten 4 und 10.

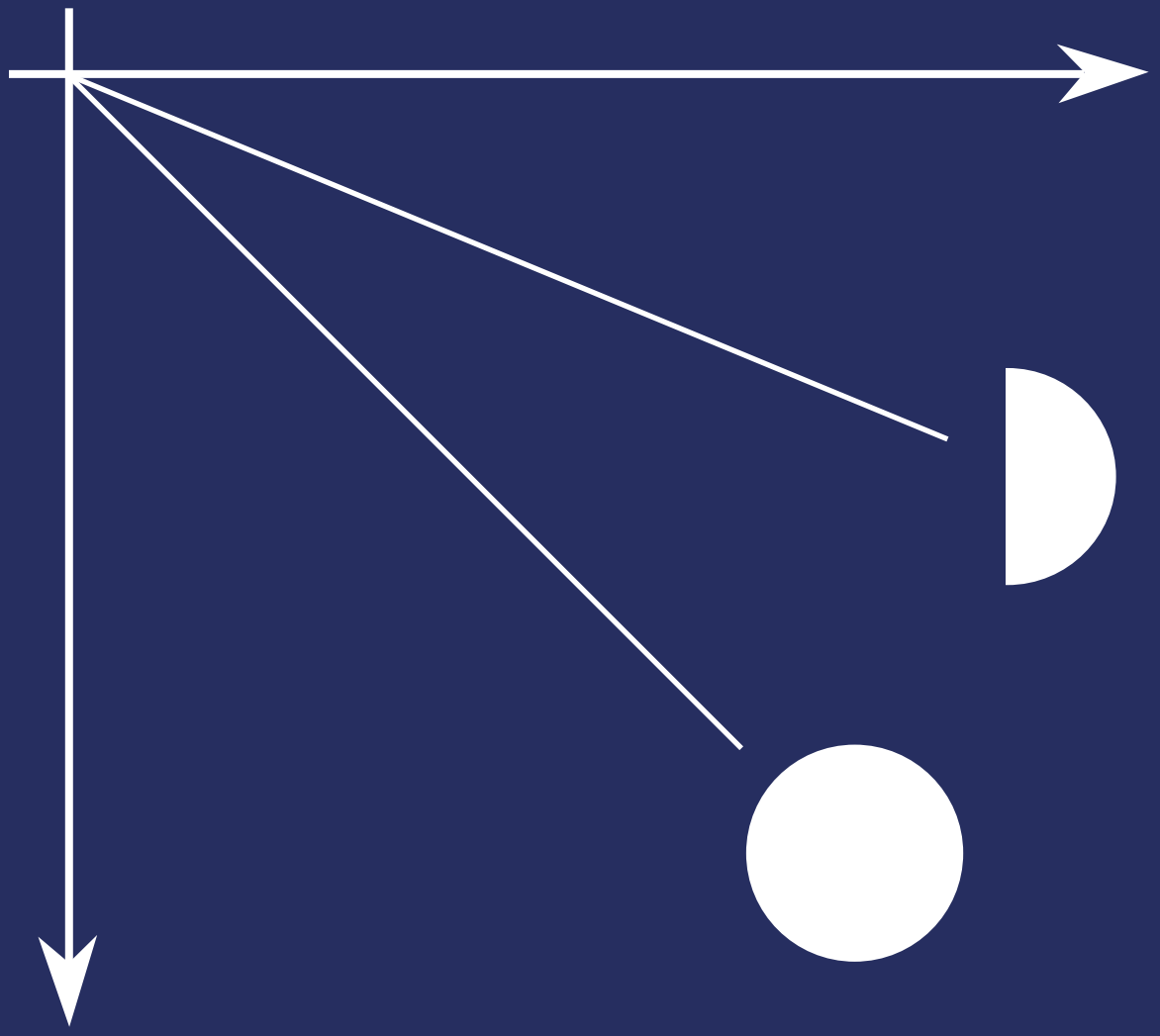
Die einzelnen Tangenten einer Symmetrie jeder möglichen Sternfigur können sich nur innerhalb eines rechten Winkels (4-Eck) bewegen.





Denn mögliche ganze Teiler einer Menge in einem n-Eck sind nur bis zu Quotient 2 , also bis zur Hälfte des Kreises möglich. Hier ein Beispiel am 24-Eck (also 24/12)

Die Drehbewegungen in der Divisionstabelle (Lambdoma)

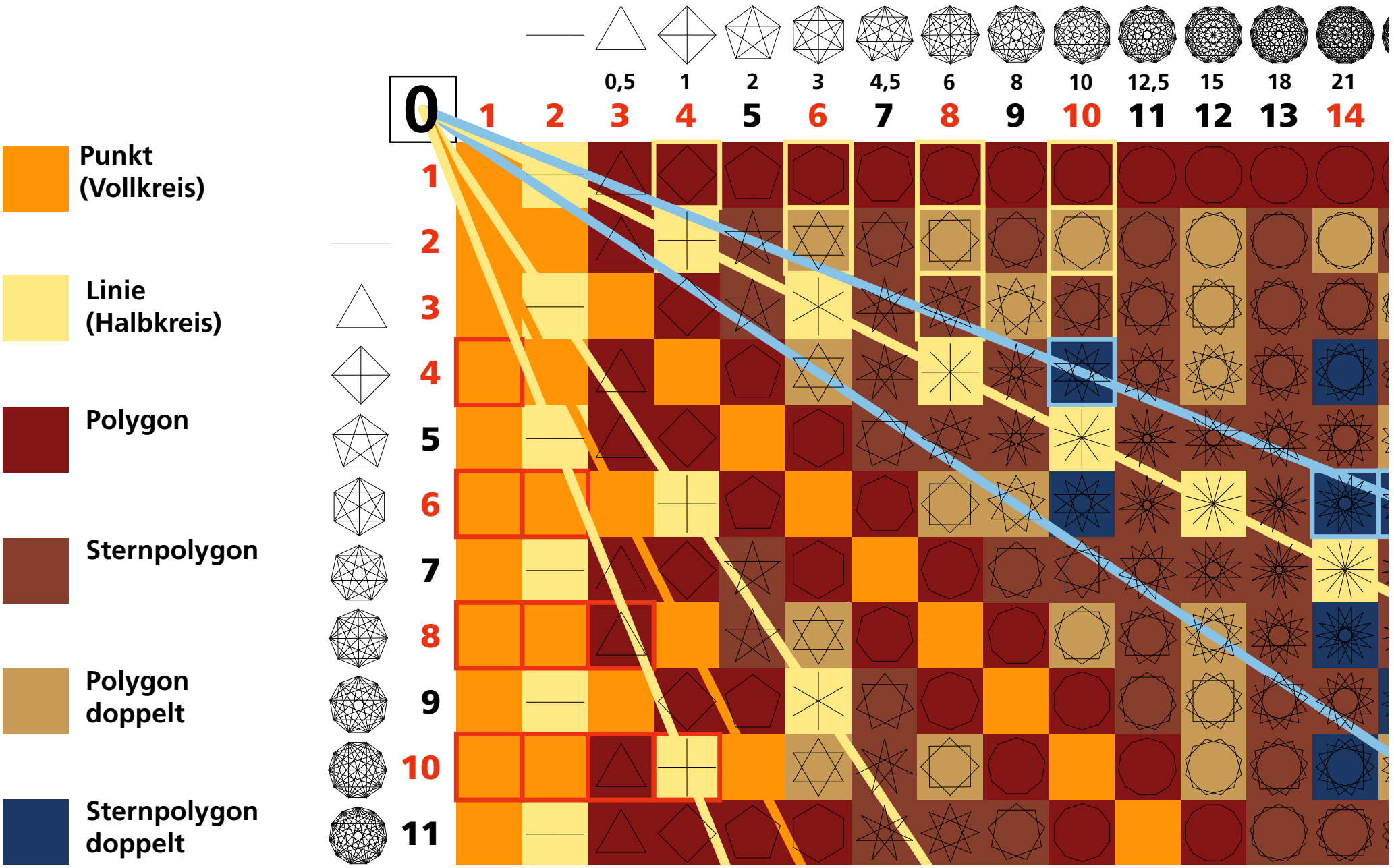


Bis zu Quotient 2 ist es eine halbe Kreisumdrehung, nur bis hier her sind Mengen in ganze Zahlen teilbar.

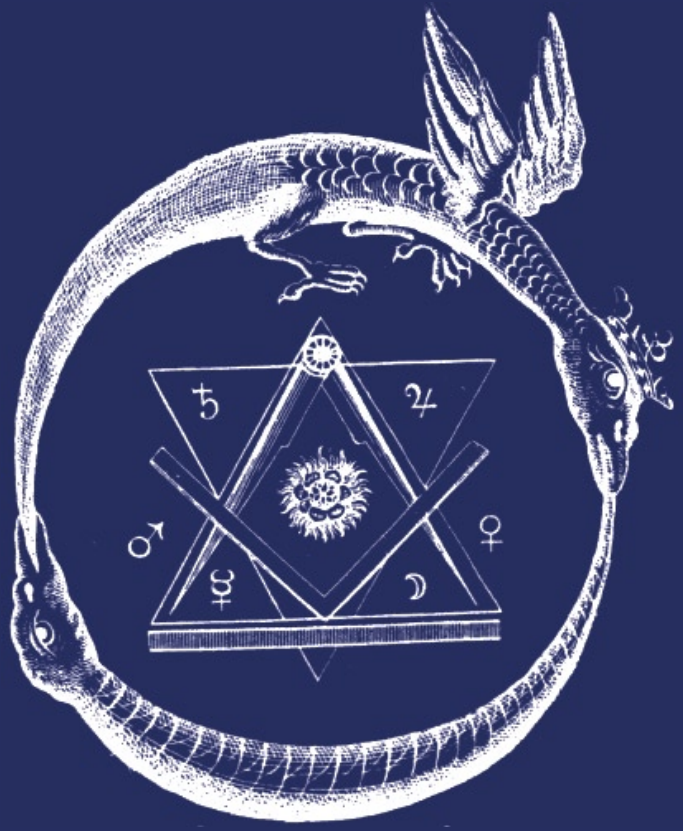
Der Zahlenstrahl und auch sein Teiler-Zahlenstrahl bilden einen vollen Kreis, denn beide Zahlengeraden sind ja absolut identisch und deshalb beliebig vertauschbar.

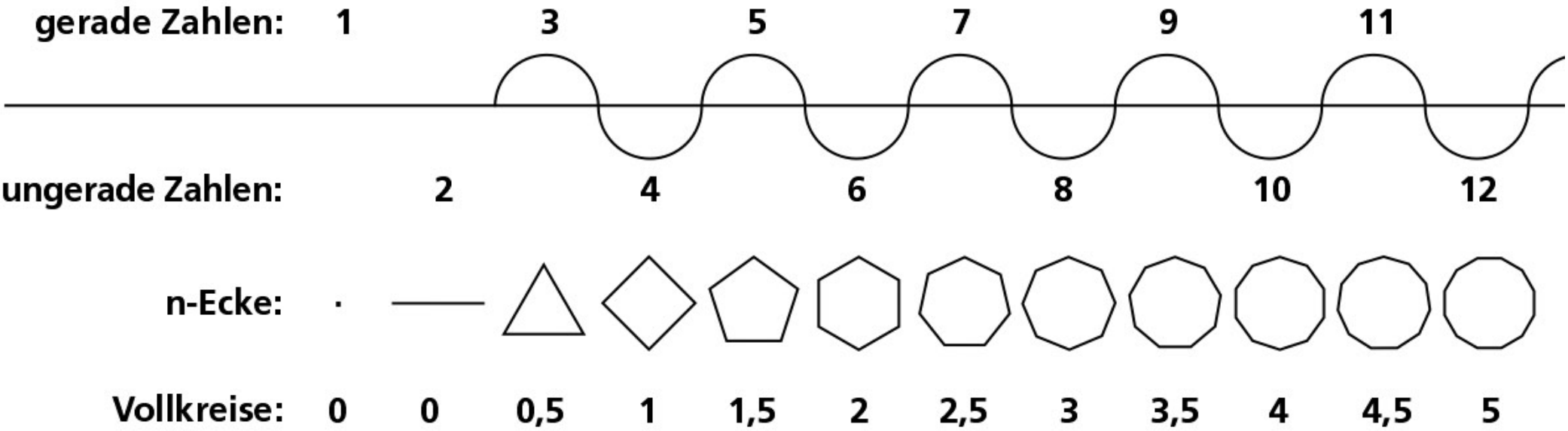
Die Quintessenz dabei:
Halbkreis und Vollkreis verdichten sich am jeweils gegenüber liegenden Zahlenstrahl im Lambdoma in gerade und ungerade Zahlen!

Die „Anatomie“ der Drehbewegungen im Überblick.



Halbkreis und Vollkreis verdichten sich am jeweils gegenüber liegenden Zahlenstrahl des Lambdomas in gerade und ungerade Zahlen.





Die Punktemenge 3 – dargestellt als Dreieck, hat zum ersten Mal die Innenwinkelsumme eines halben Kreises (180 Grad). Nur ein Punkt bzw. eine Ecke mehr macht aus einem halben Kreis einen Vollkreis.
Das 4-Eck (4x90 Grad) hat also die Winkelsumme eines vollen Kreises.
Damit ist das Vier(!)-eck (Tetraktys = Vierheit) auch das einzige Polygon mit dieser Eigenschaft. Beim Fünfeck beträgt die Innenwinkelsumme schon 1,5 Vollkreise, beim 6-Eck 2 Vollkreise usw...
Demzufolge beginnen alle ungeraden Punktemengen mit einem neuen nur halben Kreis bzw. Dreieck, welcher mit jedem darauf folgenden Punkt zu einem Vollkreis bzw. Viereck vervollständigt wird.
Die „abschließende“ Zahl ist also immer eine gerade Zahl.

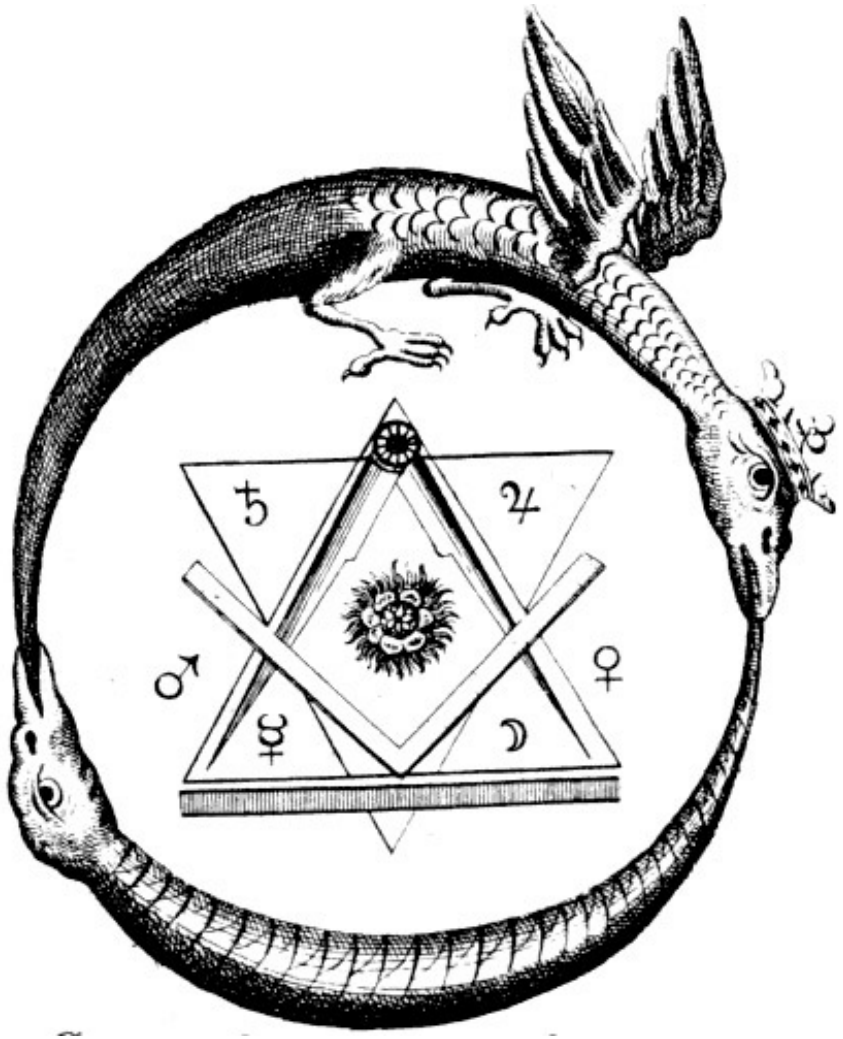
Zu einem vollen Kreis gehören immer zwei Punkte bzw. Zahlen, die tatsächlich auch wieder zwei Dreiecken entsprechen, da sich mit jedem neuen Punkt auch ein neues Dreieck aufspannt.

An dieser Gesetzmäßigkeit wird u. a. auch verständlich, warum die Pythagoreer und Platoniker den ungeraden Zahlen männlich, schöpferische Eigenschaften zugeschrieben haben, den geraden Zahlen dagegen weiblich, erhaltende Eigenschaften.

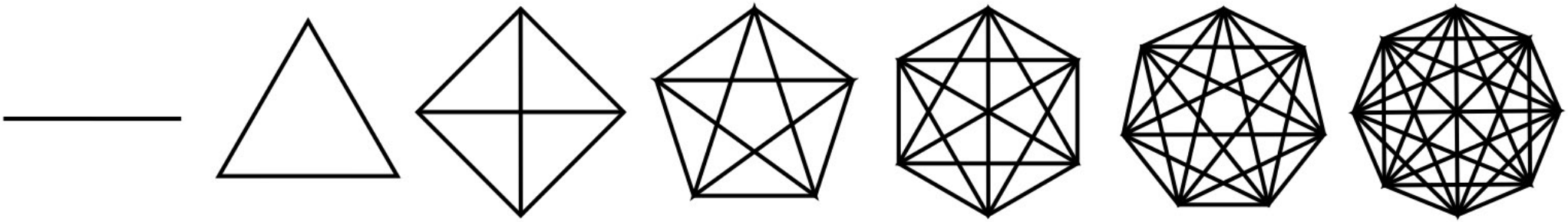
Die rechts stehende Abbildung auf einer rosenkreuzerischen Publikation des 18. Jhdt. zeigt ein Symbol, welches die alchemistische Doppel-Ouroboros mit dem Freimaurersymbol von Winkelmaß und Zirkel kombiniert.

Das Ouro (Schwanz) Boros (Essen) (Der den Schwanz isst) geht zurück auf die Ägypter und gegebenenfalls weiter zurück nach Babylon und den Sumerern.

Speziell die Kombination von Doppel-Ouroboros, Winkelmaß und Zirkel, sowie die zwei ineinander verschränkten Dreiecke umschreiben in nahezu perfekter Detailtreue die oben beschriebenen Gesetzmäßigkeiten im „Geometrie-Zahlenstrahl".
Tatsächlich beinhalten nur die geradzahligen Polygone rechte Winkel, ungeradzahlige keinen einzigen.



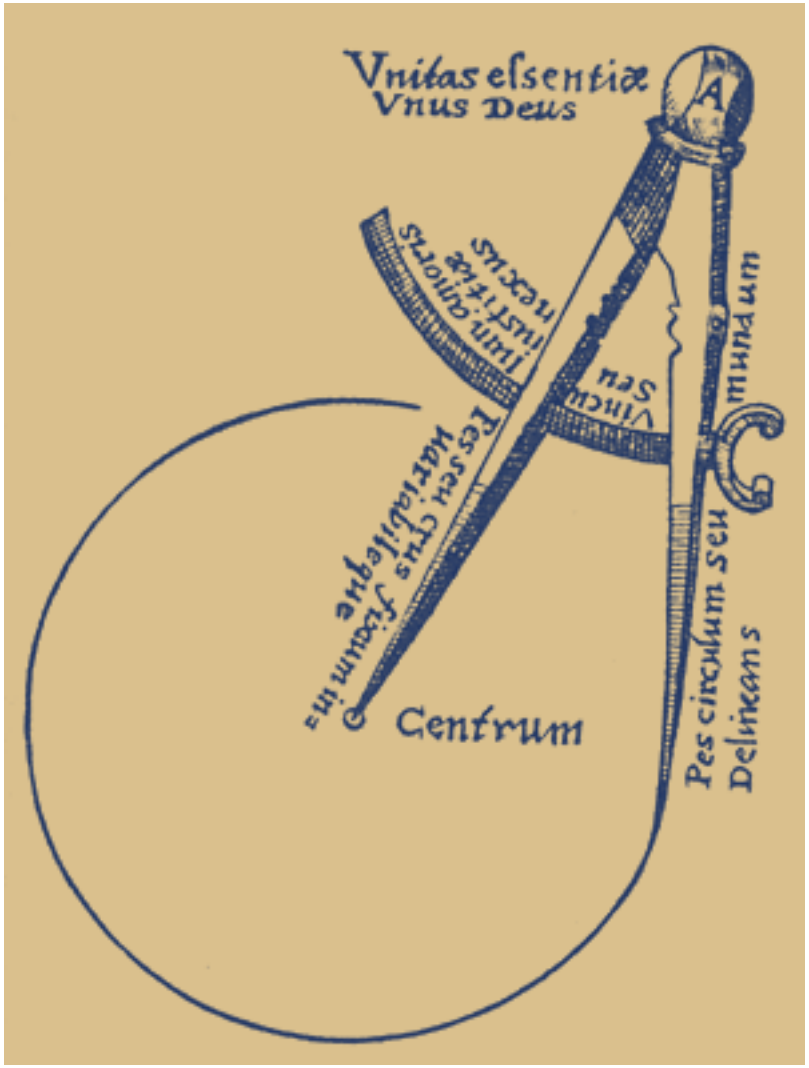
Dreieck und rechter Winkel wechseln sich ab bis unendlich.

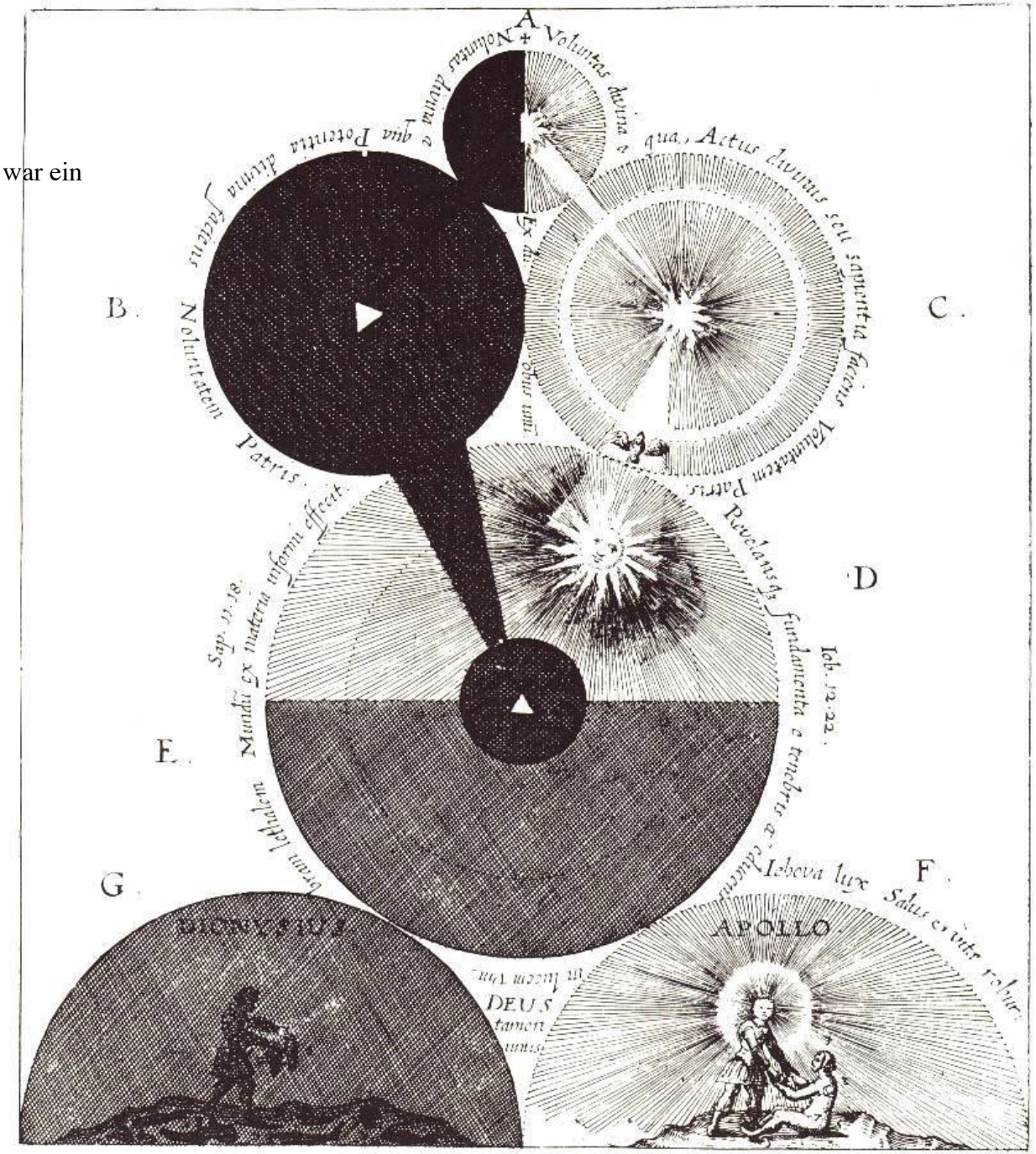


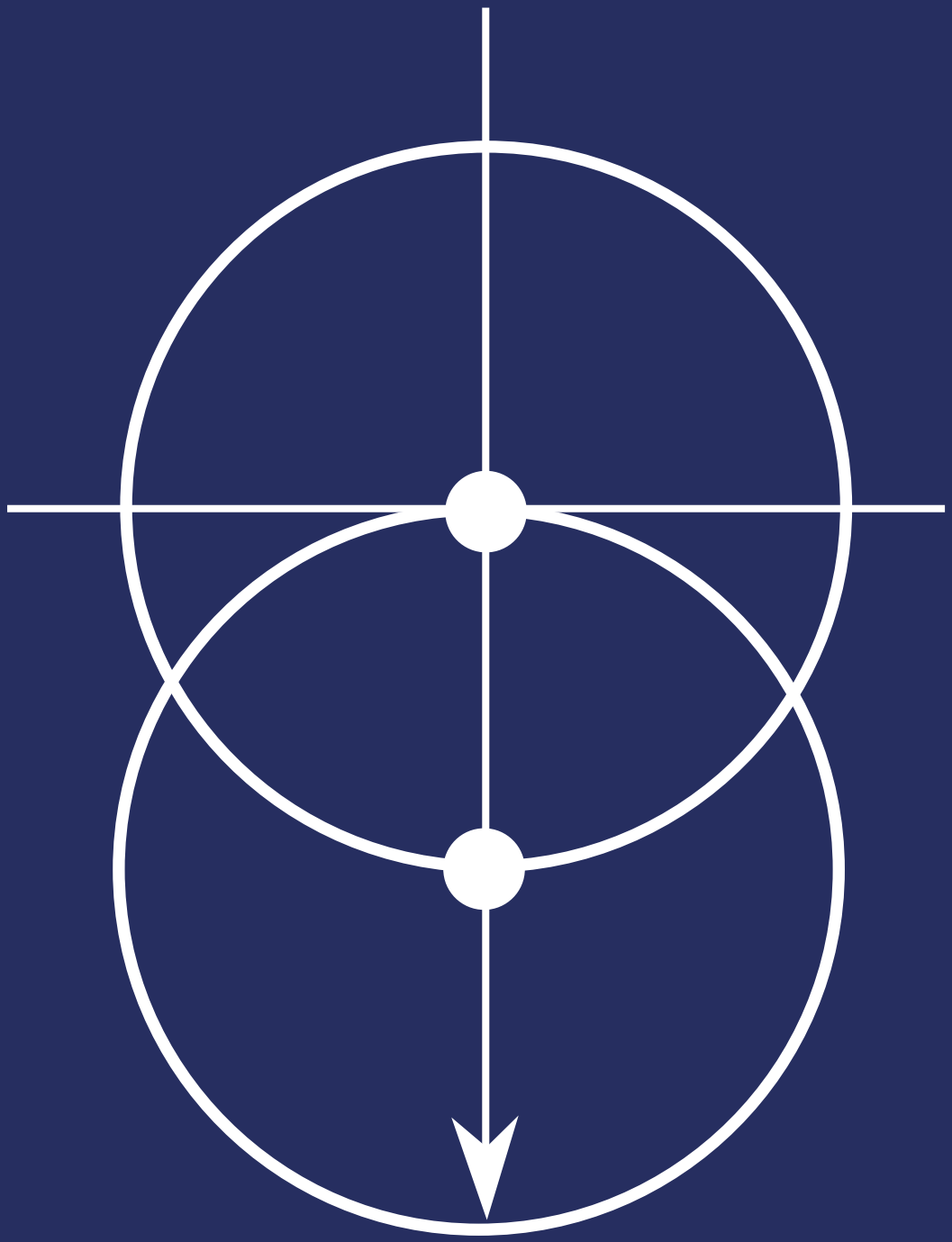
.

Die Philosophie des Robert Fludd

(* 1574 in Milgate Park, Kent; † 8. September 1637 in London) war ein englischer Philosoph, Theosoph und Mediziner.



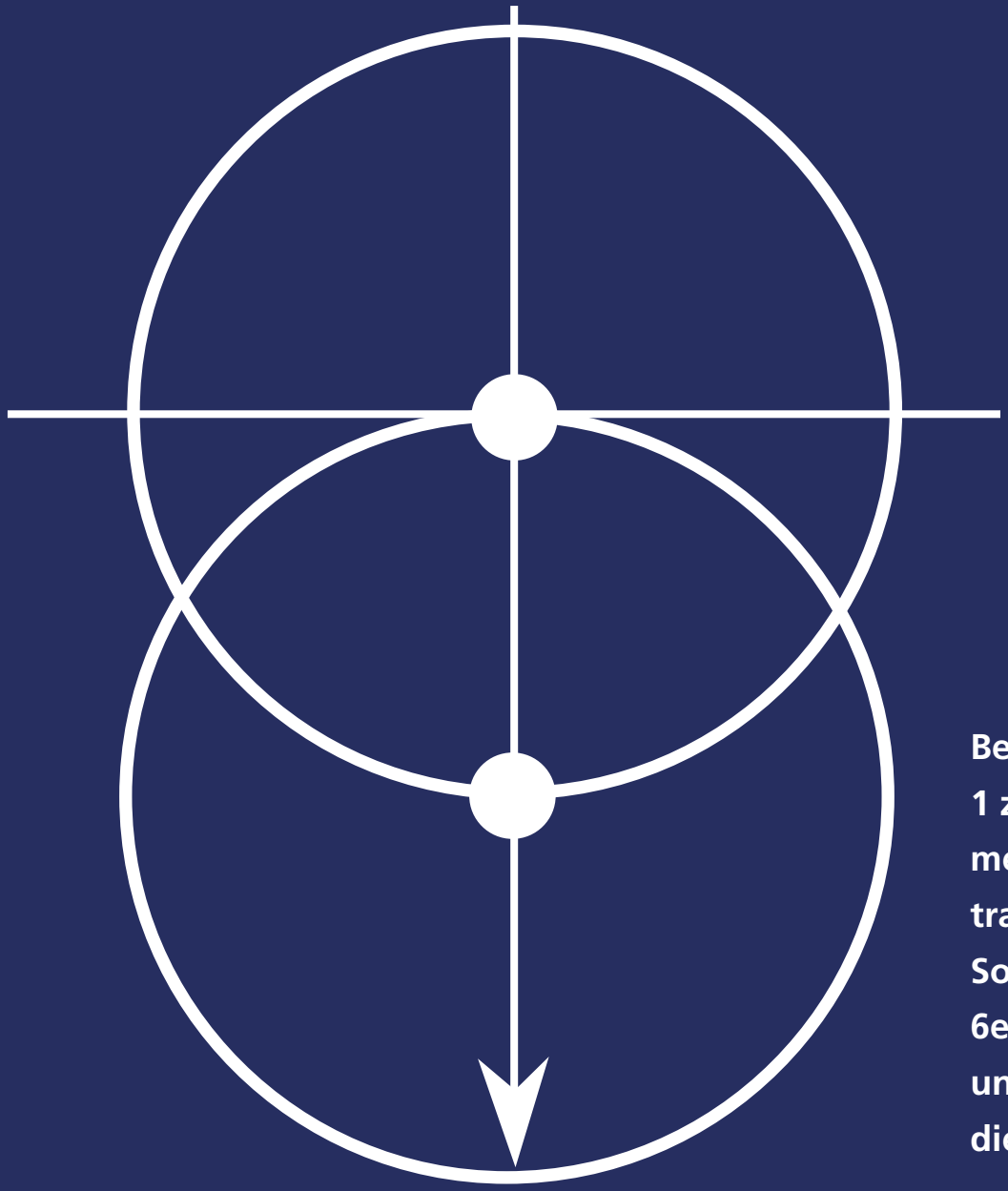




Der Kreis und seine Beziehung zu den Vielecken, also den Eckpunkten in der Peripherie des Kreises, ist mental besser nachvollziehbar, wenn ein beliebiger Eckpunkt ebenfalls als Kreis gedacht wird.
So gesehen muss man den Umkreis mit seinem Mittelpunkt als „Zwitterwesen“ betrachten.
Auch in der Divisionstabelle Alias Lambdoma interagieren zwei Kreisumdrehungen miteinander in der Weise, dass der Kreisumfang des einen Kreises zum Mittelpunkt das anderen Kreises wird.

Diese Figur wurde von Euclid beschrieben und später als Vesica Piscis (Fischblase) in der christlichen Mystik und der Freimaurerei als Symbol verwendet.

Kreise bei denen Peripherie und Mittelpunkt sich gegenseitig berühren, erzeugen 3-Ecke bzw 6-Ecke:



Beim 6-Eck ist das Verhältnis Diagonale zu Umfang genau 1 zu 3. Vom 6-Eck ausgehend nimmt das n-Eck mit zunehmender Eckenzahl dann die Kreisform und damit auch die transzendente Kreiszahl Pi = 3,14159.... an.
Somit entspricht die Ziffer 3 vor dem Komma von Pi dem 6er-Takt der Primzahlzwillingsbildung, wogegen die unregelmäßige Zahlenfolge nach dem Komma von Pi die unregelmäßige Primzahlverteilung illustriert.

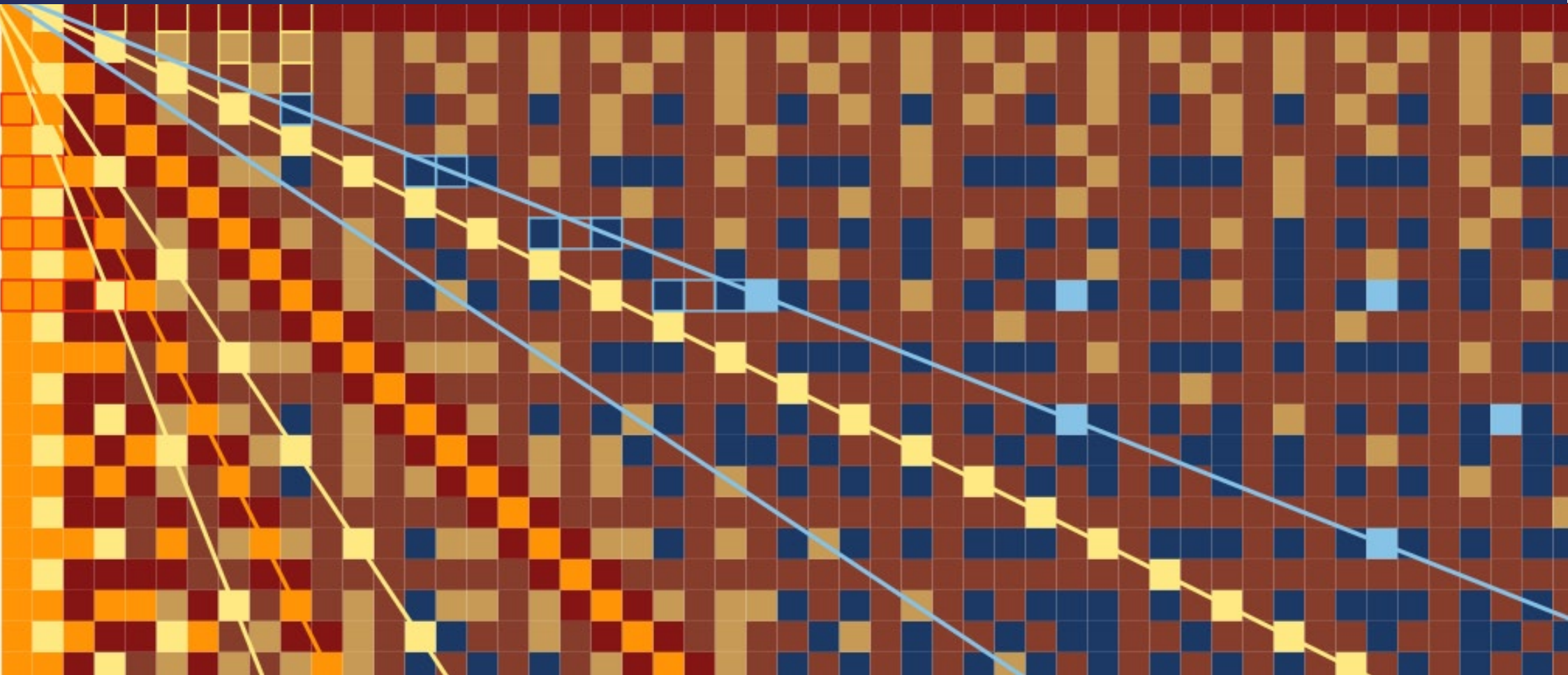
Simplexe entsprechen in Wesen und Aussage der Kreiszahl Pi! Somit entspricht auch der Kreisumfang im Verhältnis zu seinem Durchmesser dem Verhältnis der natürlichen Zahl zu seinen möglichen Teilern.
Natürliche Zahl = n-Eck, also Anzahl der Ecken
Teiler = Tangenten durch den Kreis bzw. das n-Eck.
Es gibt zwei prominente und interessante Formeln in der Zahlentheorie, die direkt mit dem Primzahlthema zu tun haben, und in denen die Kreiszahl Pi vorkommt, ohne dass dabei der direkte Zusammenhang plausibel begründet wird.

Zum einen ist das die Eulersche Formel: $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

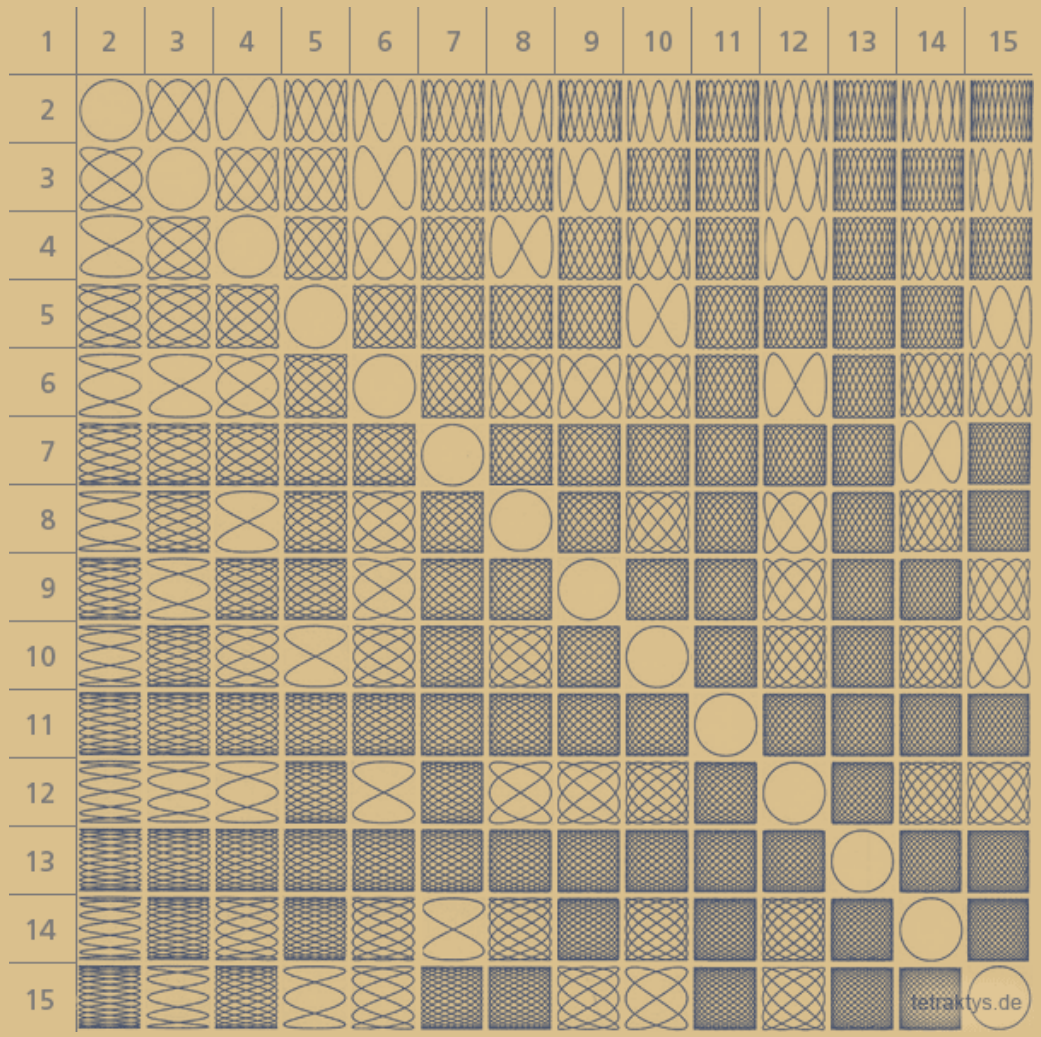
Und: Die relative Häufigkeit, dass zwei zufällig gewählte natürliche Zahlen, die unterhalb einer Schranke M liegen, teilerfremd sind, strebt mit:

$$M \to \infty \text{ gegen } \frac{6}{\pi^2}.$$

Dies entspricht korrekt dem Verhältnis der roten, also teilerfremden Felder zu den restlichen Quotientenfeldern im Lambdoma.

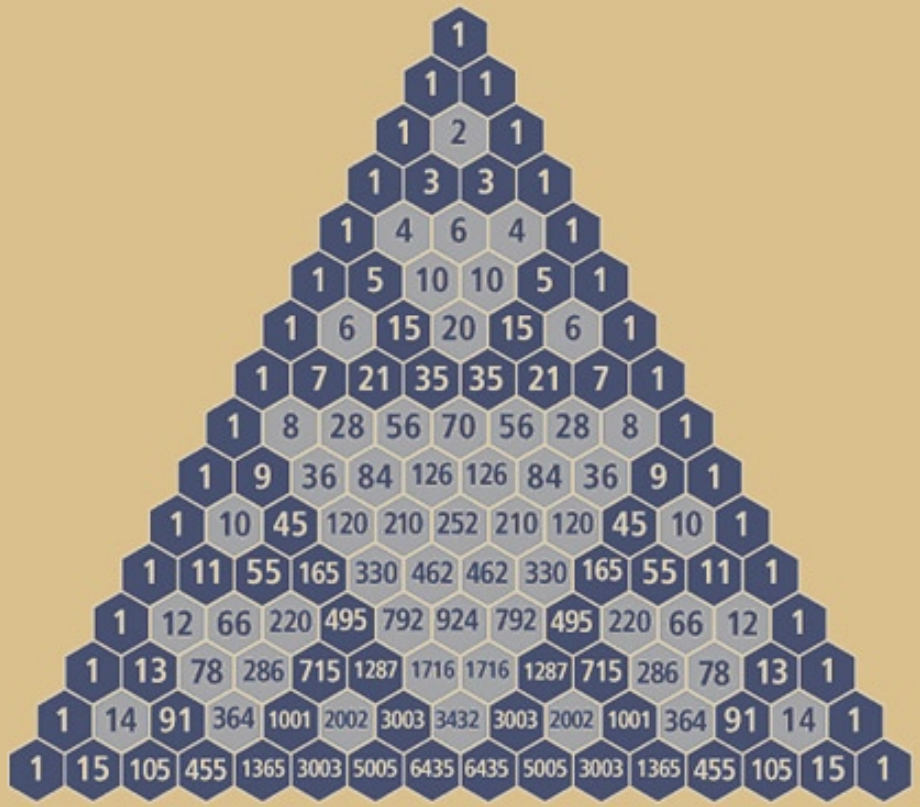


Lissajousfiguren und ihre Anordnung in der Divisionstabelle, bzw. Lambdoma. Die entsprechenden Wellenformen, die im Oszillator erzeugt werden, sind absolut deckungsgleich mit den Sternpolygonen in der Tabelle. Sternpolygone entsprechen also Wellen.



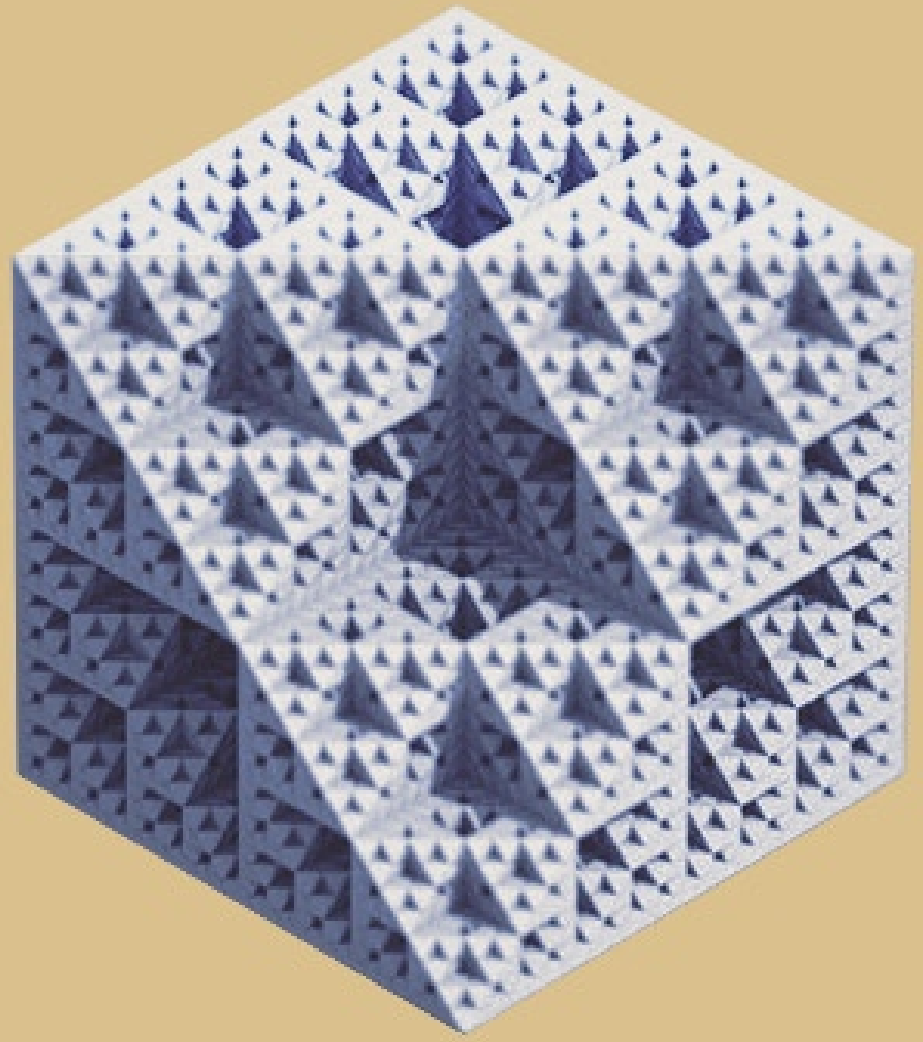
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
2	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	
3	0,66..	1	1,33..	1,66..	2	2,33..	2,66..	3	3,33..	3,66..	4	4,33..	4,66..	5	
4	0,5	0,75	1	1,25	1,5	1,75	2	2,25	2,5	2,75	3	3,25	3,5	3,75	
5	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	
6	0,33..	0,5	0,66..	0,83..	1	1,16..	1,33..	1,5	1,66..	1,83..	2	2,16..	2,33..	2,5	
7	0,28..	0,42..	0,57..	0,71..	0,85..	1	1,14..	1,28..	1,42..	1,57..	1,71..	1,85..	2	2,14..	
8	0,25	0,37..	0,5	0,62..	0,75	0,87..	1	1,12..	1,25	1,37..	1,5	1,62..	1,75	1,87..	
9	0,22..	0,33..	0,44..	0,55..	0,66..	0,77..	0,88..	1	1,11..	1,22..	1,33..	1,44..	1,55..	1,66..	
10	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	
11	0,18..	0,27..	0,75	0,45..	0,54..	0,63..	0,72..	0,81..	0,90..	1	1,09..	1,18..	1,27	1,36..	
12	0,16..	0,25	0,33..	0,41..	0,5	0,58..	0,66..	0,75	0,83..	0,91..	1	1,08..	1,16..	1,25..	
13	0,16..	0,23..	0,30..	0,38..	0,46..	0,53..	0,61..	0,69..	0,76..	0,84..	0,29..	1	1,07..	1,15..	
14	0,14..	0,21..	0,28..	0,35..	0,42..	0,5	0,57..	0,69..	0,71..	0,78..	0,85..	0,92..	1	1,07..	
15	0,13..	0,2	0,26..	0,33..	0,4	0,46..	0,53..	0,6	0,66..	0,73..	0,8	0,86..	tetraktys.de		

Letztendlich könnte man sich die Divisionstabelle entsprechend dem karthesischen Koordinatensystem als dreidimensionales fraktales Tetraeder oder Oktaeder vorstellen, dessen Dreieckflächen wieder dem Pascalschen Dreieck entsprechen. In beiden Strukturen sind die Simplexe (also multidimensionale Tetraeder) lückenlos enthalten.

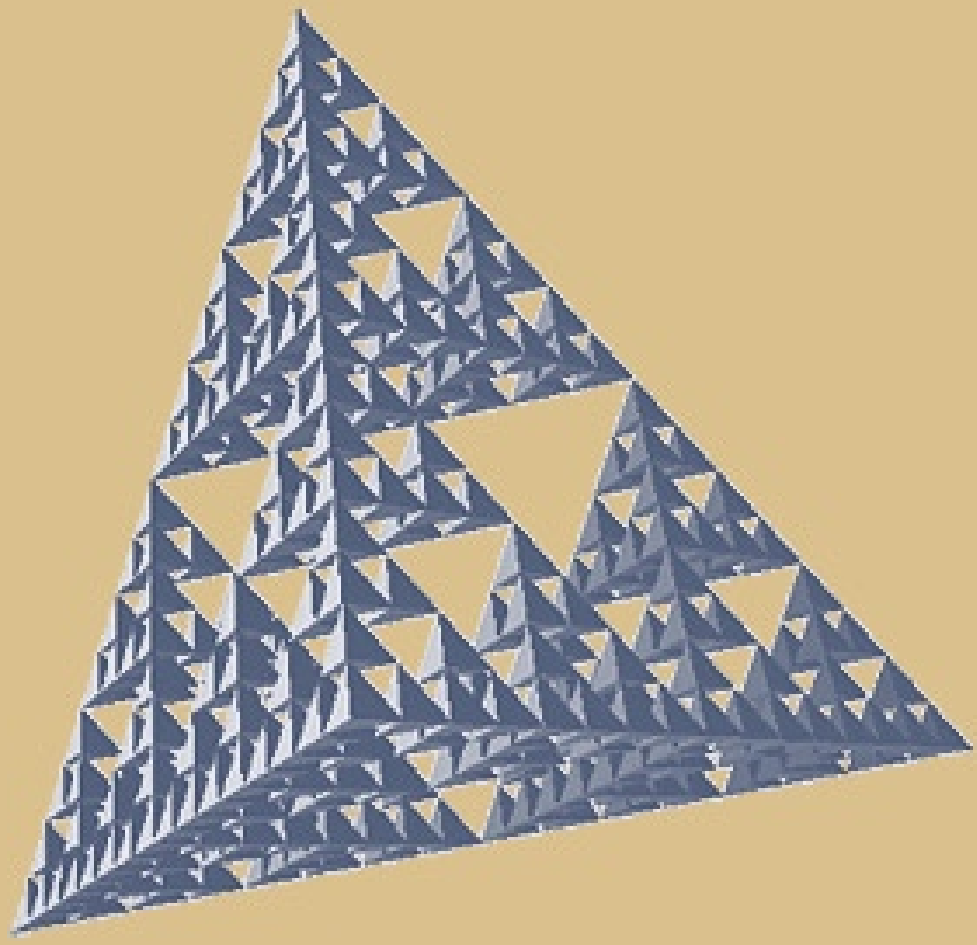


tetraktys.de

Sirpinski-Schwamm als 3-dimensionales Mengendiagramm

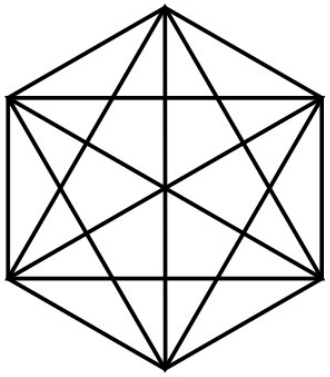


fraktales Oktaeder (6-Eck)

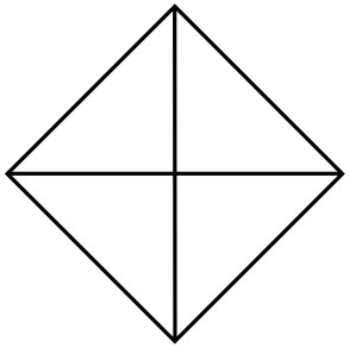


fraktales Tetraeder (4-Eck)

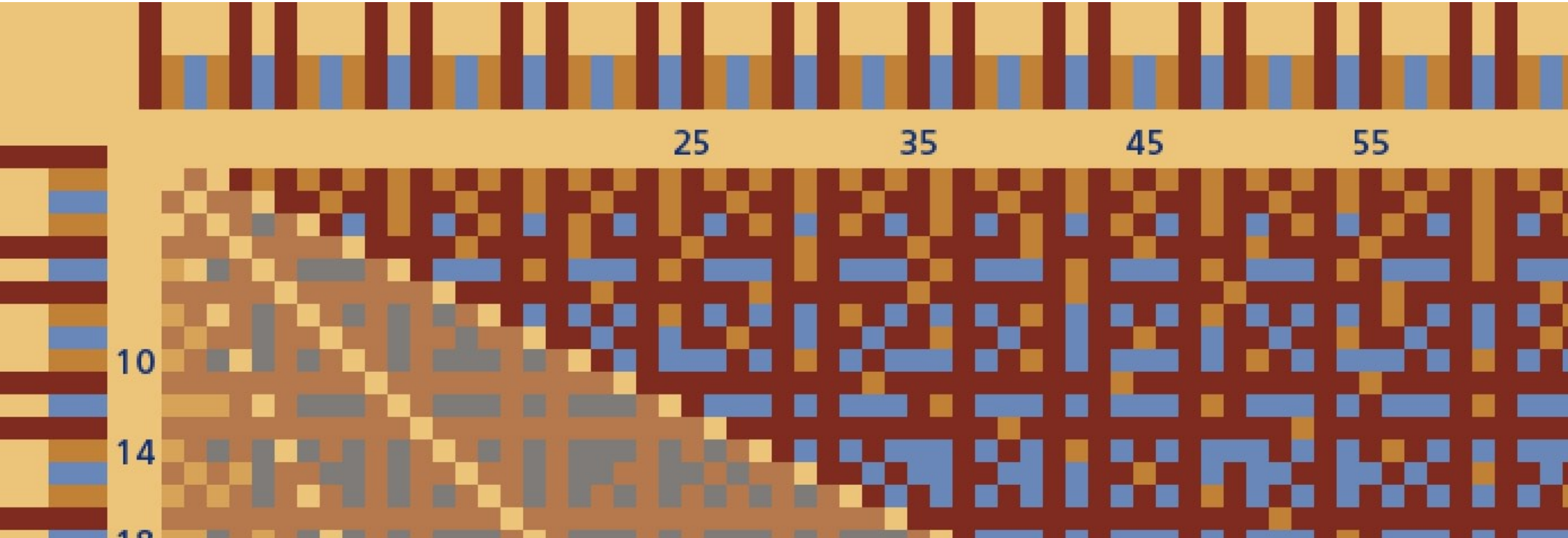
Das 4-Eck- und das 6-Eck-Simplex stehen für die formgebende Architektur der gesamten Primzahlproblematik.



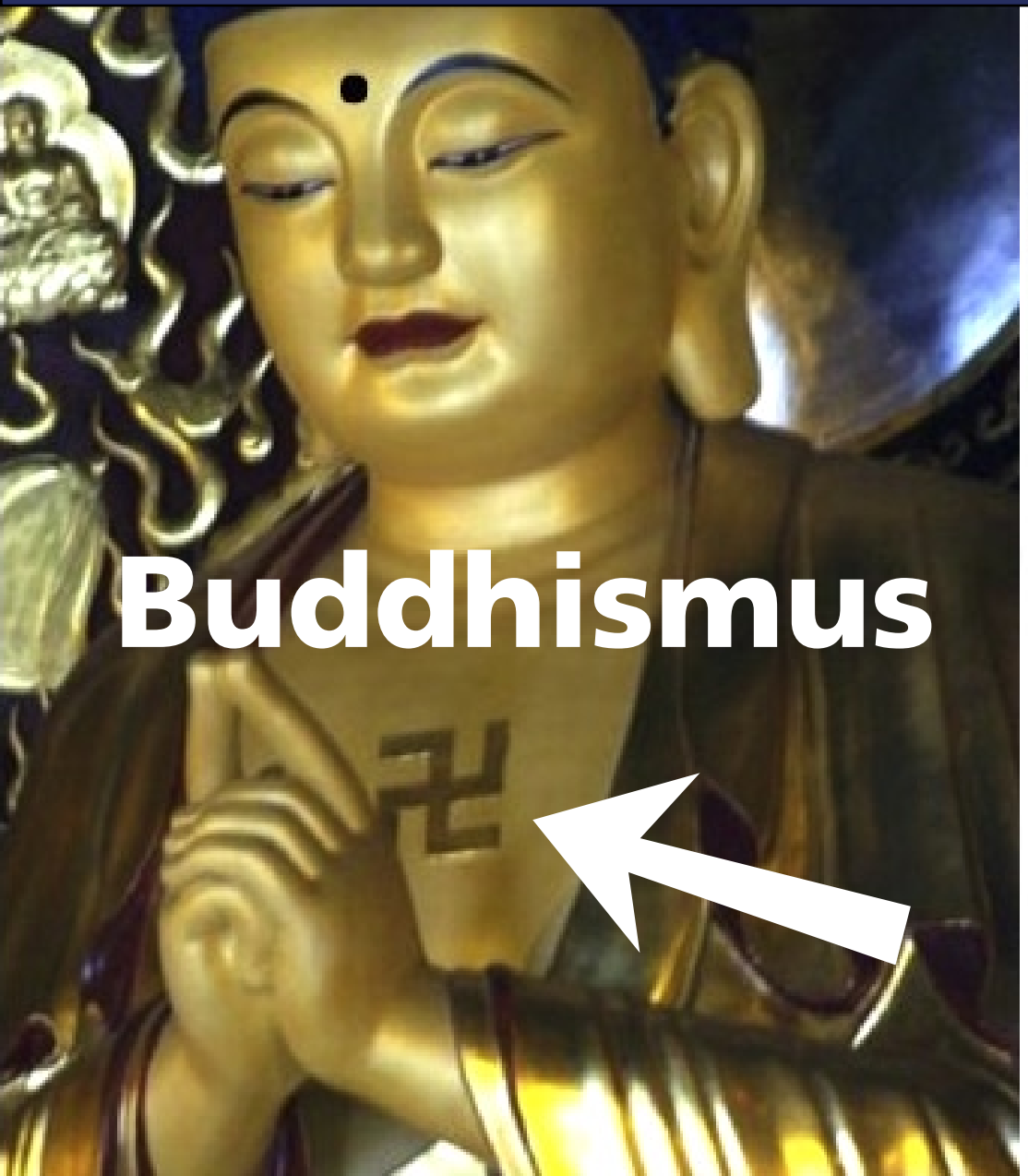
Der 6er Takt der Primzahlen

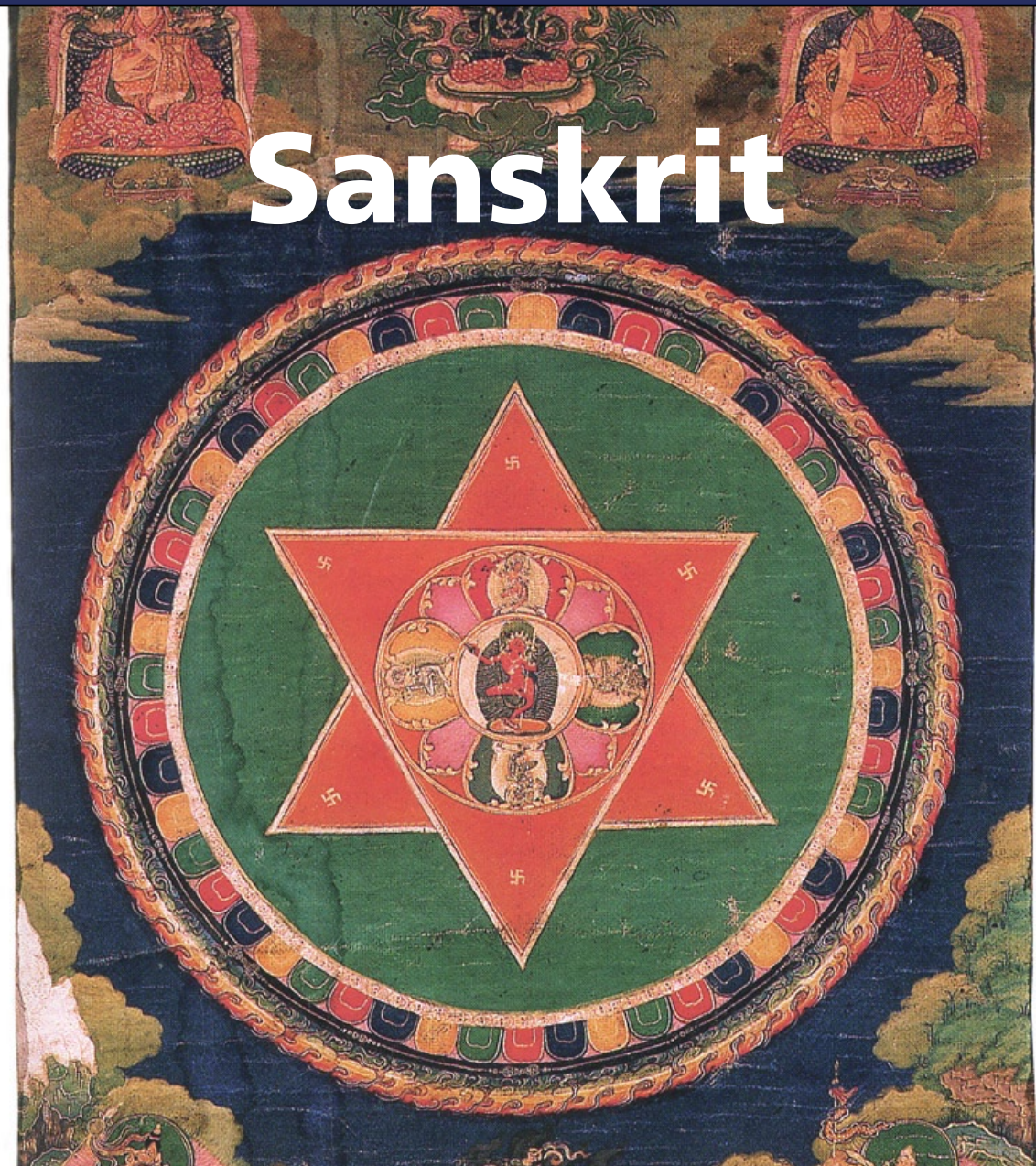


Der 4er und 10er Takt der Pseudoprimzahlen



Die Bedeutung von 4- und 6-Eck, bzw. Kreuz und Sechsstern nicht nur in den abendländischen Religionen





Der Alte der Tage, William Blake, 1794

Die aus all dem resultierende einstweilige Erkenntnis als Zusammenfassung:

Die Divisionstabelle Alias Lambdoma und mithin alle Teilereigenschaften von Zahlenmengen inklusive der gesamten Primzahlproblematik entspricht tatsächlich einer stringenten „Drehmatrix“ von 0 bis unendlich.
Die dabei entstehenden Symmetrien kann man als Wellenformen und gleichzeitig als „Dimensionssprünge“ begreifen.
Denkbarrieren lassen sich bei einer parallelen Betrachtungsweise nicht sofort überwinden.

Einige prime Sternfiguren hatten eine überragende Bedeutung in der Symbolwelt der Antike und der Renaissance, von denen mit Hilfe der platonischen Körper das Wesen von Raum, Zeit und Materie abgeleitet wurde.

Für mich persönlich ist dieses Thema außerdem auch ein Hinweis darauf, warum die Pythagoreer ihre „Zahlenmystik“ auf die Drehbewegungen des Kosmos übertrugen, und warum sie der Überzeugung waren, dass es aus ihrer Tetraktys abgeleitet genau 10 Himmelskörper geben müsse.
Zu diesem speziellen Thema vielleicht anschließend mehr.

Da die Kreiszahl Pi und das Thema Symmetrie allgemein bei all diesen Betrachtungen ganz offensichtlich eine ebenso große Rolle spielt wie auch in der Physik, kann man davon ausgehen, dass sich beide Themengebiete ergänzen.

Wenn man sich die Liste ungelöster Probleme in der Physik anschaut, eine sehr lange Liste, die man auch bei Wikipedia finden kann, dann darf man sich zu Recht fragen, ob einige hier gezeigte Zusammenhänge vielleicht zur Beantwortung dieser ungelösten Fragen beitragen könnten.

Spontan fallen mir dazu folgende Themen ein:
die Beschaffung der Raumzeit, die Gestalt des Universums,
die Anzahl zusätzlicher Dimensionen, Supersymmetrien, sowie das Zusammenwirken der 4 Grundkräfte der Physik.

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit.